Číslo projektu	CZ.1.07/1.5.00/34.0642
Číslo materiálu	VY_32_INOVACE_MAT2_58
Název školy	Janáčkova konzervatoř a Gymnázium v Ostravě Českobratrská 40 Ostrava
Autor	Mgr. Karel Oleksy
Předmět	Matematika
Tematický celek	Funkce
Ročník	2. ročník SŠ
Datum tvorby	2. 3. 2013
Anotace	Kvadratické funkce
Metodický pokyn	Prezentace shrnující základní vlastnosti kvadratických funkcí
Pokud není uvedeno jinak, materiál je z vlastních zdrojů autora	

Kvadratická funkce

Definice

- Funkci $f: y = ax^2 + bx + c$, $a, b, c \in \mathrm{R}$, $a \neq 0$, nazýváme *kvadratická funkce*
- Je-li $b = 0$, funkci $y = ax^2 + c$ nazýváme *ryze kvadratická funkce*

Užitečná úprava

- $ax^2 + bx + c = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x\right) + c =$
  $a\left(x^2 + \frac{b}{a}x\right) + c =$
  $a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \left(\frac{b}{2a}\right)^2\right) + c =$
  $a\left(\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \left(\frac{b}{2a}\right)^2\right) + c =$
  $\underline{a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a} + c}$

Definiční obor, obor hodnot

- $\mathrm{D}(ax^2 + bx + c) = \mathrm{R}$
- $\mathrm{H}(ax^2 + bx + c) = \begin{cases} \left(-\infty; -\dfrac{b^2}{4a} + c\right\rangle, & a < 0 \\ \left\langle -\dfrac{b^2}{4a} + c; \infty\right), & a > 0 \end{cases}$

Graf

- Grafem kvadratické funkce je parabola
  - pro $a < 0$ otevřená dolů
  - pro $a > 0$ otevřená nahoru
- Průsečíky se souřadnicovými osami
  - osa *x* … $\left[\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}; 0\right]$ (pokud $b^2 - 4ac \geq 0$)
  - osa *y* … $[0; c]$

Monotónnost

- Pro $a > 0$
  - na intervalu $\left(-\infty; \frac{-b}{2a}\right\rangle$ klesající
  - na intervalu $\left\langle\frac{-b}{2a}; \infty\right)$ rostoucí
- Pro $a < 0$
  - na intervalu $\left(-\infty; \frac{-b}{2a}\right\rangle$ rostoucí
  - na intervalu $\left\langle\frac{-b}{2a}; \infty\right)$ klesající

Extrémy

- Pro $a > 0$ má v bodě $\left[\frac{-b}{2a}; -\frac{b^2}{4a} + c\right]$ minimum
- Pro $a < 0$ má v bodě $\left[\frac{-b}{2a}; -\frac{b^2}{4a} + c\right]$ maximum

Další vlastnosti

- Pro $b = 0$ je sudá
- Není prostá

Úlohy

- Bez načrtnutí grafu popište vlastnosti funkcí
  - $y = x^2$;
  - $y = (x-1)^2 + 2$;
  - $y = x^2 - 2x + 1$;
  - $y = 2x^2 + 4x - 1$;
  - $y = -x^2 - x$.