

## INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

|   |   |
|---|---|
| Číslo projektu  | CZ.1.07/1.5.00/34.0642  |
| Číslo materiálu   | VY_32_INOVACE_MAT2_59   |
| Název školy   | Janáčkova konzervatoř a Gymnázium v Ostravě<br>Českoobratrská 40<br>Ostrava |
| Autor   | Mgr. Karel Oleksy   |
| Předmět   | Matematika  |
| Tematický celek   | Funkce  |
| Ročník  | 2. ročník SŠ  |
| Datum tvorby  | 3. 3. 2013  |
| Anotace   | Lineární lomená funkce  |
| Metodický pokyn   | Prezentace shrnující základní vlastnosti lineárních lomených funkcí         |
| Pokud není uvedeno jinak, materiál je z vlastních zdrojů autora |   |

# Lineární lomená funkce

# Definice

- Funkci  $f: y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ,  $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ ,  $c \neq 0$ ,  $ad \neq bc$ , nazýváme *lineární lomená funkce*
- Je-li  $a = d = 0$ , funkci  $y = \frac{b}{cx} = \frac{\frac{b}{c}}{x} \equiv \frac{k}{x}$  nazýváme *nepřímá úměrnost*

# Užitečná úprava

$$\bullet \quad \frac{ax+b}{cx+d} = \frac{a}{c} \frac{x+\frac{b}{a}}{x+\frac{d}{c}} = \frac{a}{c} \frac{x+\frac{d}{c}-\frac{d}{c}+\frac{b}{a}}{x+\frac{d}{c}} = \frac{a}{c} \left( \frac{x+\frac{d}{c}}{x+\frac{d}{c}} + \frac{-\frac{d}{c}+\frac{b}{a}}{x+\frac{d}{c}} \right) =$$
$$\frac{a}{c} + \frac{\frac{b}{c}-\frac{ad}{c^2}}{x+\frac{d}{c}} = \frac{a}{c} + \frac{\frac{bc-ad}{c^2}}{x+\frac{d}{c}}$$

# Definiční obor, obor hodnot

- $D\left(\frac{ax+b}{cx+d}\right) = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{-d}{c}\right\}$
- $H\left(\frac{ax+b}{cx+d}\right) = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{a}{c}\right\}$

# Graf

- Grafem lineární lomené funkce hyperbola
- Průsečíky se souřadnicovými osami
  - osa  $x$  ...  $\left[-\frac{b}{a}; 0\right]$  pro  $a \neq 0$
  - osa  $y$  ...  $\left[0; \frac{b}{d}\right]$

# Monotónnost

- Pro  $ad > bc$ 
  - je rostoucí na intervalech  $\left(-\infty; \frac{-d}{c}\right)$  a  $\left(\frac{-d}{c}; \infty\right)$
- Pro  $ad < bc$ 
  - je klesající na intervalech  $\left(-\infty; \frac{-d}{c}\right)$  a  $\left(\frac{-d}{c}; \infty\right)$

# Extrémy

- Funkce nemá extrém

# Další vlastnosti

- Pro  $a = d = 0$  je lichá
- Je prostá

# Úlohy

- Bez načrtnutí grafu popište vlastnosti funkcí

$$-y = \frac{-1}{x};$$

$$-y = \frac{2x}{-x-1};$$

$$-y = \frac{1}{x+2};$$

$$-y = \frac{x+1}{x-1};$$

$$-y = \frac{-x+2}{2x-1}.$$